

Aplicación de las Matemáticas en el Modelado de un Brazo Robótico y Simulación con Matlab y Simulink

Jorge Villcáez Castillo, M.Sc.
jorgevill2015@gmail.com
Docente Ingeniería Informática
Universidad Nacional “Siglo XX”
Llallagua-Bolivia

Resumen - El objetivo del presente artículo de investigación fue el de determinar la importancia de la aplicación de las matemáticas en el modelado de un brazo robótico y simulación con Matlab y Simulink, con el fin de determinar el comportamiento del brazo robótico para su posterior implementación física. Se aplicó los tipos de investigación documental y aplicada; y para lograr el objetivo, se utilizó el método de la experimentación con la finalidad de observar el funcionamiento del modelo matemático en un simulador. El procedimiento tuvo dos etapas: en la primera etapa se obtuvo el modelo matemático del brazo robótico aplicando conceptos básicos de geometría, trigonometría, álgebra y álgebra lineal; para validar el modelo matemático obtenido, en la segunda etapa se realizó la simulación en Matlab y Simulink, obteniéndose resultados satisfactorios. Los resultados obtenidos son el modelo matemático del brazo robótico, el modelo implementado en Matlab y la simulación obtenida en Simulink que refleja el movimiento del brazo robótico. Las conclusiones resaltan la importancia de la aplicación de la geometría, trigonometría, álgebra, álgebra lineal y otras ramas de las matemáticas en la modelación matemático de brazos robóticos.

Palabras clave: Matemáticas, geometría, trigonometría, álgebra, modelo matemático, brazo robótico, Matlab, Simulink.

Abstract - The objective of this research article was to determine the importance of the application of mathematics in the modeling of a robotic arm and simulation with Matlab and Simulink, in order to determine the behavior of the robotic arm for its subsequent physical implementation. The types of documentary and applied research were applied; and to achieve the objective, the experimentation method was used in order to observe the operation of the mathematical model in a simulator. The procedure had two stages: in the first stage, the mathematical model of the robotic arm was obtained by applying basic concepts of geometry, trigonometry, algebra and linear algebra; To validate the mathematical model obtained, in the second stage the simulation was carried out in Matlab and Simulink, obtaining satisfactory results. The results obtained are the mathematical model of the robotic arm, the model implemented in Matlab and the simulation obtained in Simulink that reflects the movement of the robotic arm. The conclusions highlight the importance of the application of geometry, trigonometry, algebra, linear algebra and other branches of mathematics in the mathematical modeling of robotic arms.

Keywords: Mathematics, geometry, trigonometry, algebra, mathematical model, robotic arm, matlab, simulink

1 INTRODUCCIÓN

El objetivo de la presente investigación es determinar la importancia de la aplicación de las matemáticas en el modelado de un brazo robótico y simulación con Matlab y Simulink, para determinar el comportamiento de un brazo robótico en su implementación física.

La **situación problemática** identificada al momento de enfocar un proyecto de robótica sin un previo análisis matemático, presentan diversos problemas para su implementación, algunos de los problemas identificados son: Marcada ausencia de análisis matemáticos en proyectos de robótica. Se presentan fallas en el funcionamiento de robots implementados de manera empírica. En la implementación del robot, muchas de las veces se trabajan en prueba y error para su funcionamiento adecuado. Demora para obtener un robot con un funcionamiento adecuado. Se presenta incertidumbre en el comportamiento final del robot. Robots implementados sin análisis y diseño previos.

El **planteamiento del problema** planteado fue de ¿Cómo optimizar el diseño e implementación de un brazo robótico de 3 grados de libertad para analizar su comportamiento?, para ello el **objetivo general** planteado fue el de determinar la importancia de la aplicación de las matemáticas en el modelado de un brazo robótico y simulación con Matlab y Simulink, para determinar el comportamiento del brazo robótico en su implementación física. Para su concreción se plantearon los siguientes **objetivos específicos**: Realizar el análisis matemático de forma analítica del brazo robótico de 3 grados de libertad, obtener el modelo matemático del brazo robótico de 3 grados de libertad, implementar el modelo matemático en y la simulación en Matlab y Simulink del brazo robótico de 3 grados de libertad

La **justificación** de la investigación se evidencia que en la actualidad, si se observa nuestro medio, se puede apreciar que los diferentes actores en la implementación de diferentes tipos de robots, como ser los estudiantes de primaria, secundaria y pregrado, presentan proyectos sobre temáticas de robots en diferentes áreas, los cuales, en su mayoría, son producto de investigaciones realizadas o adquiridas de diferentes fuentes como el internet, que muchas veces solo muestran el procedimiento para su implementación y no así el análisis matemático que conlleva la implementación de cierto tipo de estructura robótica. Lo anteriormente

mencionado se puede observar en una gran parte de las ferias expositivas de robótica que se realizan periódicamente en las unidades educativas o instituciones de formación profesional de nuestro país. Como producto de lo anteriormente descrito, se tienen proyectos que están basados en la experiencia empírica de prueba y error lo cual conlleva mucho tiempo para su implementación práctica apropiada.

En muchos de los proyectos sobre robótica, nos dejamos llevar por la implementación y consecución de objetivos que se muestran en la información obtenida, dejando a un lado el análisis matemático que conlleva el diseño e implementación de un determinado tipo de robot. Se recurre, en su mayoría para su implementación, en la adquisición de diferentes dispositivos y prototipos de robótica que son adquiridos de tiendas de electrónica y robótica de nuestro país, dejando de lado el análisis matemático que conlleva el diseño e implementación de un proyecto de robótica.

Es por ello que el presente trabajo de investigación resalta la importancia de la aplicación de conocimientos básicos de matemáticas en el diseño e implementación de un proyecto en el área de la robótica; dichos conocimientos hacen hincapié en conocimientos básicos de trigonometría, geometría, álgebra y álgebra lineal entre otros que se aplican en el diseño e implementación de robots. Para ello se muestra una aplicación práctica de la aplicación de conocimientos básicos de matemáticas en el diseño e implementación de un brazo robótico de 3 grados de libertad. En los proyectos de robótica, antes de programar y poner en funcionamiento un robot, inicialmente se debe modelar, luego programar, simular y poner en funcionamiento el robot requerido. Para ello es importante recurrir a conceptos básicos de las matemáticas, lo que permite determinar un método adecuado de resolución de problemas de diseño e implementación de robots.

Como sustento teórico para el presente trabajo de investigación, se consideraron como conceptos fundamentales:

Las **matemáticas** se definen como la ciencia formal y exacta que, basada en los principios de la lógica, estudia las propiedades y las relaciones que se establecen entre los entes abstractos. Este concepto de “entes abstractos” incluye a los números, los símbolos y las figuras geométricas, entre otros. (Concepto, Matemáticas, s.f.)

La **trigonometría** es la medición de los triángulos. La trigonometría forma parte de la ciencia matemática y se encarga de estudiar las razones trigonométricas de seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante. (Concepto, Trigonometría, s.f.)

El **álgebra** es una de las principales ramas de las matemáticas. Su objeto de estudio son estructuras abstractas operando en patrones fijos, dentro de las cuales suele haber más que números y operaciones aritméticas: también letras, que representan operaciones concretas, variables, incógnitas o coeficientes. (Concepto, Álgebra, s.f.)

La **geometría** es una de las ramas más antiguas de las matemáticas, dedicada al estudio de la forma de los objetos individuales, la relación espacial entre ellos y las propiedades del espacio que los rodea. (Concepto, Geometría, s.f.)

Los **brazos robóticos**, también conocidos como brazos robóticos articulados, son rápidos, confiables y precisos, y se pueden programar para realizar una cantidad infinita de tareas en una variedad de entornos. Se usan en las fábricas para automatizar la ejecución de tareas repetitivas, por ejemplo, aplicar pintura a los equipos o las piezas; en los almacenes para elegir, seleccionar o clasificar productos en los transportadores de distribución para cumplir con los pedidos de los consumidores. (Intel, s.f.)

Un **modelo matemático** es una representación simplificada, a través de ecuaciones, funciones o fórmulas matemáticas, de un fenómeno o de la relación entre dos o más variables. Los modelos matemáticos son utilizados para analizar la relación entre dos o más variables. Pueden ser utilizados para entender fenómenos naturales, sociales, físicos, etc. Dependiendo del objetivo buscado y del diseño del mismo modelo pueden servir para predecir el valor de las variables en el futuro, hacer hipótesis, evaluar los efectos de una determinada política o actividad, entre otros objetivos. (Economipedia, s.f.)

La **cinemática directa de un robot** es el estudio de los movimientos de un robot. En un análisis cinemático la posición, velocidad y aceleración de cada uno de los elementos del robot son calculados sin considerar las fuerzas que causan el movimiento. (Ramírez Benavidez, 2015)

GeoGebra es un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficas, estadísticas y cálculo en un solo motor. Además,

GeoGebra ofrece una plataforma en línea con más de 1 millón de recursos gratuitos para el aula creados por nuestra comunidad multilingüe. Estos recursos se pueden compartir fácilmente a través de nuestra plataforma de colaboración GeoGebra Classroom donde se puede monitorear el progreso de los estudiantes en tiempo real. (Gogebra, s.f.)

MatLab es una plataforma de programación y cálculo numérico utilizada por millones de ingenieros y científicos para analizar datos, desarrollar algoritmos y crear modelos. (MathWorks, MATLAB, s.f.)

Simulink es un entorno de diagramas de bloque que se utiliza para diseñar sistemas con modelos multidominio, simular antes de implementar en hardware y desplegar sin necesidad de escribir código. (MathWorks, Simulink, s.f.)

2 METODOLOGÍA

Se aplicó la investigación bibliográfica (documental) para realizar la recopilación bibliográfica de aspectos referentes a las áreas de las matemáticas y la modelación matemática de un brazo robótico. Se usó la investigación aplicada para obtener un modelo matemático del brazo robótico y su correspondiente simulación para ver su comportamiento. El **método** utilizado fue el de la experimentación que se realizó en un simulador de computadora para observar el comportamiento del desplazamiento del brazo robótico de 3 eslabones. En cuanto a los **materiales** se utilizaron las siguientes herramientas software: Geogebra, MatLab en su versión 2022 y Simulink en su versión 2022

Procedimiento

La presente investigación se dividió en dos etapas:

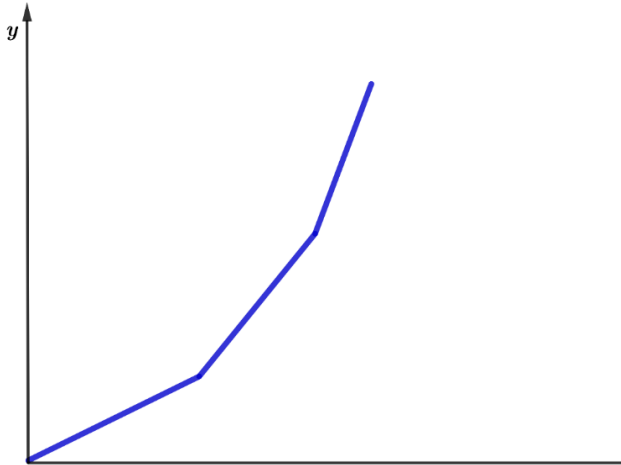
1. Modelado matemático del brazo robótico
2. Simulación del brazo robótico en Matlab y Simulink

2.1 Modelado matemático del brazo robótico

Para esta investigación, se consideró realizar el modelado matemático de un brazo robótico en el plano de 3 eslabones (3 grados de libertad) por cinemática directa; dicho modelo matemático permitirá encontrar la posición de un efector final que se tendrá en el extremo del robot, es decir encontrar los componentes o proyecciones de este efector final tanto en el eje x y en el eje y . Además, este efector final tendrá un ángulo de inclinación,

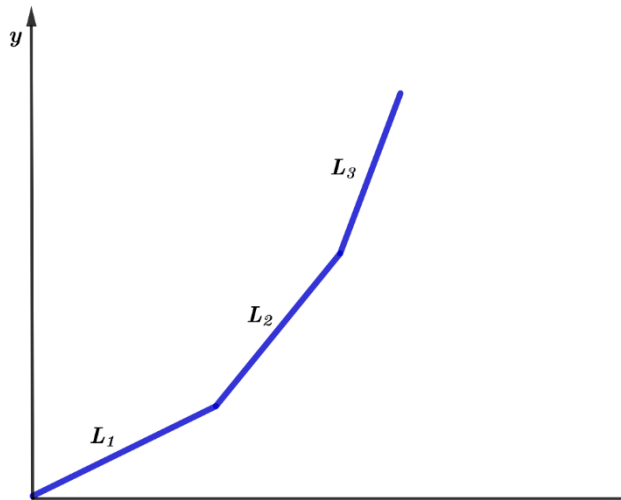
por lo tanto, se debe encontrar este ángulo. Inicialmente, se parte de la siguiente figura que representa un brazo robótico de tres eslabones en el eje de coordenadas x y y , los cuales se moverán según los valores de los ángulos que forman dichos eslabones y las dimensiones de cada eslabón. El movimiento de cada eslabón será solamente en el plano conformado por los ejes x y y , es decir que no tendrán movimiento en el eje z .

Figura 1: Esquema de un brazo robótico de 3 eslabones en el plano



Se denotan como L_1 , L_2 y L_3 a los diferentes eslabones del brazo robótico

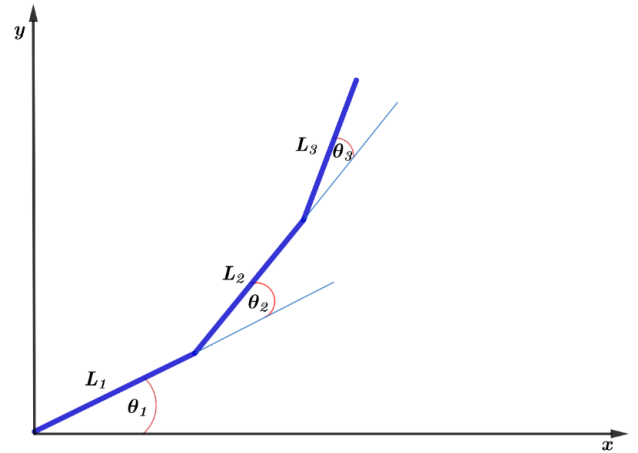
Figura 2: Esquema de un brazo robótico de 3 eslabones en el plano



Observando la figura anterior, se tienen 3 ángulos θ_1 , θ_2 y θ_3 , cada ángulo está en relación al anterior eslabón, es decir θ_1 , está en relación al eje

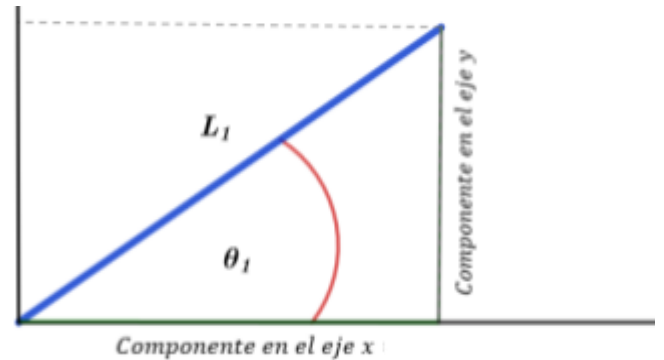
x , θ_2 en relación al eslabón L_1 y θ_3 en relación al eslabón L_2 como se muestra a continuación:

Figura 3: Ángulos de los 3 eslabones del brazo robótico



Para obtener las componentes o proyecciones, tanto en el eje x y eje y del eslabón L_1 , se analiza la proyección de L_1 sobre el eje x y el eje y , obteniéndose la figura de un triángulo rectángulo, conformado de la siguiente manera:

Figura 4: Triángulo rectángulo formado por el eslabón L_1 y sus componentes



Aquí se aplican conceptos básicos de geometría y trigonometría para obtener las proyecciones, tanto en el eje x y en el eje y .

Por las relaciones trigonométricas de un triángulo rectángulo, se sabe que:

$$\text{sen}(\text{ángulo}) = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} \quad (1)$$

$$\text{cos}(\text{ángulo}) = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}} \quad (2)$$

Si se despeja *cateto opuesto* y *cateto adyacente* de las relaciones anteriores, se tiene:

$$\text{cateto opuesto} = \text{hipotenusa} * \text{sen}(\text{ángulo}) \quad (3)$$

$$\text{cateto adyacente} = \text{hipotenusa} * \text{cos}(\text{ángulo}) \quad (4)$$

Para el caso concreto del eslabón L_1 , de la Figura 4, se tiene los siguientes valores

$$\text{ángulo} = \theta_1 \quad (5)$$

$$\text{cateto opuesto} = \text{Componente en el eje } y \quad (6)$$

$$\text{cateto adyacente} = \text{Componente en el eje } x \quad (7)$$

$$\text{hipotenusa} = L_1 \quad (8)$$

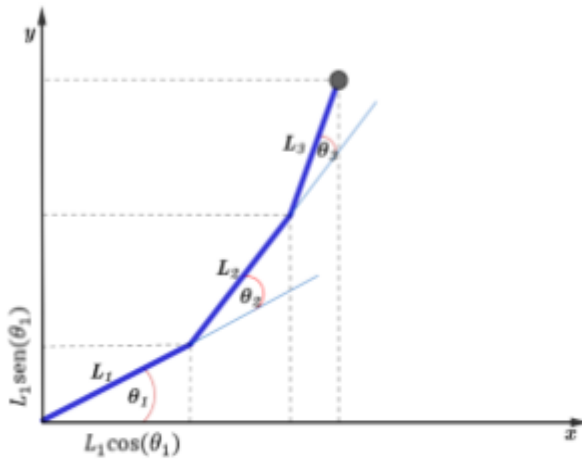
Sustituyendo en las expresiones obtenidas, se tiene

$$\text{Componente en el eje } y = L_1 \text{sen}(\theta_1) \quad (9)$$

$$\text{Componente en el eje } x = L_1 \cos(\theta_1) \quad (10)$$

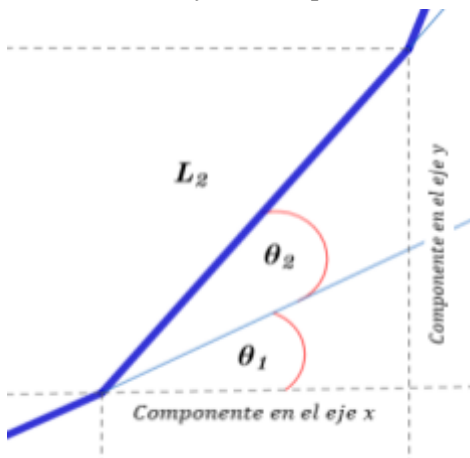
Los componentes hallados se los reflejan en la siguiente figura:

Figura 5: Componentes del eslabón L_1



Para las proyecciones del eslabón L_2 , se procede de la misma manera que para el eslabón L_1 , obteniendo las siguientes expresiones respecto del eje horizontal x :

Figura 6: Triángulo rectángulo formado por el eslabón L_2 y sus componentes

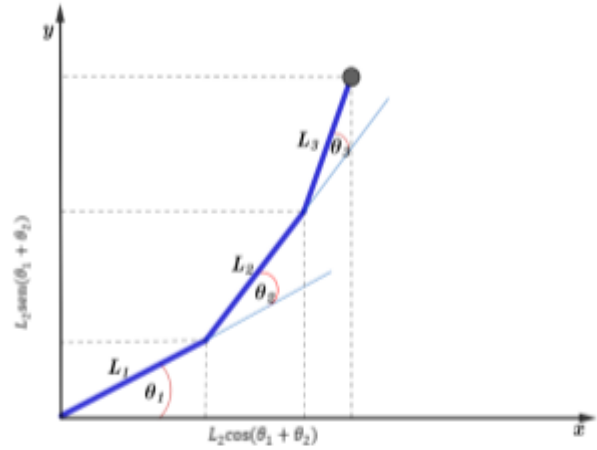


$$\text{Componente en el eje } y = L_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) \quad (11)$$

$$\text{Componente en el eje } x = L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (12)$$

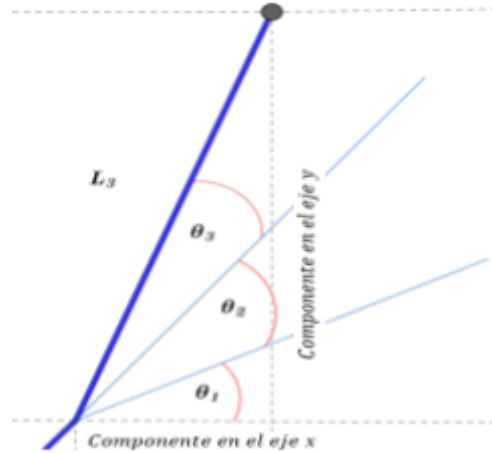
En este caso, el ángulo a considerar es la suma de los ángulos $\theta_1 + \theta_2$. Los componentes hallados se reflejan a continuación:

Figura 7: Componentes del eslabón L_2



Para las proyecciones del eslabón L_3 , se procede de la misma manera que para el eslabón L_1 y L_2 , obteniendo las siguientes expresiones respecto del eje horizontal x :

Figura 8: Triángulo rectángulo formado por el eslabón L_3 y sus componentes

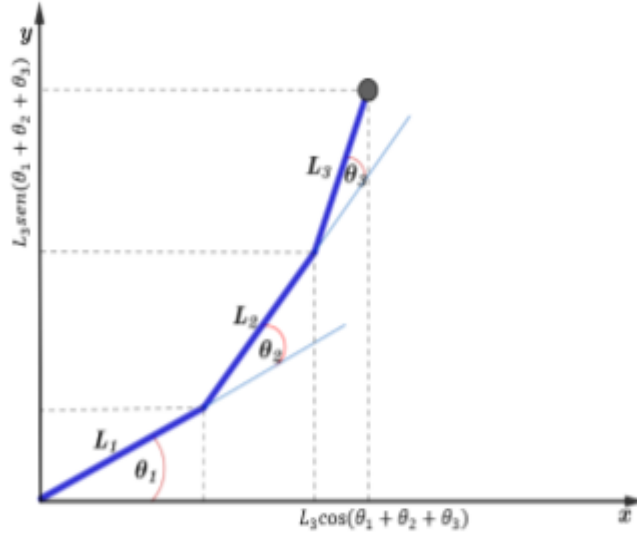


$$\text{Componente en el eje } y = L_3 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (13)$$

$$\text{Componente en el eje } x = L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (14)$$

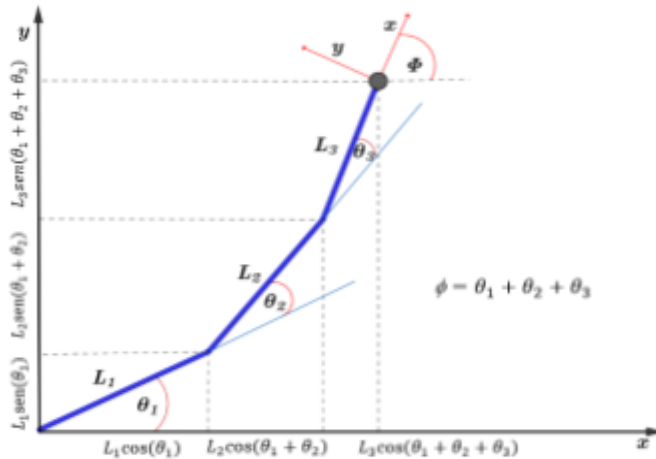
En este caso, el ángulo a considerar es la suma de los ángulos $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$. Los componentes hallados se reflejan a continuación:

Figura 9: Componentes del eslabón L_3



Se considera que el brazo robótico tiene un efector final el cual se encargará de efectuar las operaciones para las que se diseñó el brazo robótico. Dicho efector final se encuentra al final del eslabón L_3 , el análisis matemático realizado en la presente investigación es encontrar las coordenadas de este efector final en el eje x y el eje y ; además de obtener el ángulo que tendrá este efector final. El ángulo de inclinación del efector final se mide con respecto al eje principal x y lo denotamos por ϕ

Figura 10: Brazo robótico de 3 eslabones con sus componentes y el efector final



En ángulo ϕ , por geometría y trigonometría, observando la Figura 10, resulta ser la suma de los tres ángulos, es decir:

$$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (15)$$

Y las coordenadas en x y y del efector final, observando la Figura 10, se hallan por

$$\text{Comp. y del efector} = \text{Comp. y de } L_1 + \text{Comp. y de } L_2 + \text{Comp. y de } L_3 \quad (16)$$

$$\text{Comp. x del efector} = \text{Comp. x de } L_1 + \text{Comp. x de } L_2 + \text{Comp. x de } L_3 \quad (17)$$

Sustituyendo las expresiones halladas para cada uno de los componentes o proyecciones, según la Figura 10, se tiene:

$$y = L_1 \text{sen}(\theta_1) + L_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (18)$$

$$x = L_1 \text{cos}(\theta_1) + L_2 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (19)$$

Siendo:

y = coordenada en el eje y del efector final

x = coordenada en el eje x del efector final

Por lo tanto, al final del análisis cinemático realizado, el modelo matemático del brazo robótico de 3 grados de libertad se resume en las siguientes expresiones algebraicas obtenidas:

$$y = L_1 \text{sen}(\theta_1) + L_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (20)$$

$$x = L_1 \text{cos}(\theta_1) + L_2 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (21)$$

$$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (22)$$

El cual se interpreta de la siguiente manera:

- Que la posición final del efector final (x, y) dependerá de los valores que se tengan los eslabones L_1, L_2 y L_3 ; y los valores que tengan los ángulos θ_1, θ_2 y θ_3 .
- El ángulo final de inclinación del efector final, dependerá de los valores que tengan los ángulos θ_1, θ_2 y θ_3 .

Para su modelado en Matlab del modelo obtenido, haciendo uso del álgebra lineal, se puede expresar en forma matricial de la siguiente manera para facilitar su implementación:

$$\begin{pmatrix} x & y & \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \text{cos}(\theta_1) & L_2 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2) & L_3 \text{cos}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ L_1 \text{sen}(\theta_1) & L_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2) & L_3 \text{sen}(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \end{pmatrix} \quad (23)$$

2. Simulación del brazo robótico en Matlab y Simulink

Para llevar a cabo la simulación se recurrió a las herramientas de Matlab y Simulink en su versión 2022. A continuación, se muestran los códigos y el resultado de la simulación.

Cabe mencionar que el presente artículo no trata sobre el manejo detallado de Matlab y Simulink, sino de la importancia de la aplicación de las matemáticas en el modelado de un brazo robótico,

sin embargo, se muestran el modelo, el código del modelo y los resultados de la simulación.

Entradas: Se desea obtener la posición final del efector en el eje x y eje y el ángulo de inclinación del mismo con respecto al eje horizontal x , por lo tanto, las entradas serán:

- Ángulo θ_1
- Ángulo θ_2
- Ángulo θ_3 ,
- Dimensión del eslabón L_1
- Dimensión del eslabón L_2
- Dimensión del eslabón L_3

Salidas: Las salidas a obtenerse serán:

- La coordenada final del efector en el eje x
- La coordenada final del efector en el eje y
- El ángulo de inclinación φ del efector con respecto al eje horizontal

Para el modelo de Simulink se recurre al álgebra lineal para la simulación del movimiento de los 3 eslabones, para ello se utiliza el siguiente vector para graficar en el código de la función que graficará el movimiento del brazo robótico.

%Formando un vector con los puntos a dibujar

Px=[P0x P1x P2x P3x];

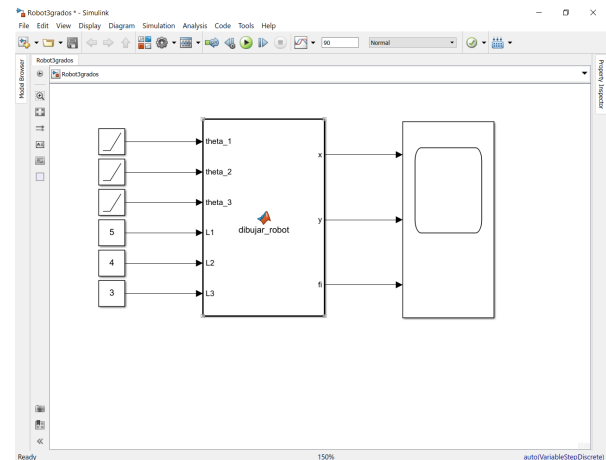
Py=[P0y P1y P2y P3y];

El código anterior permite graficar, en la simulación, los diferentes valores de las coordenadas x y y de la posición del efector, considerando los componentes en el eje x y y del origen y los eslabones L_1 , L_2 y L_3 .

Matlab y Simulink facilitan los cálculos matemáticos de matrices, lo cual permite facilitar el procesamiento de valores de manera rápida y precisa.

El modelo implementado en Simulink es el siguiente:

Figura 11: Modelo del brazo robótico de 3 eslabones en Simulink



Donde se puede apreciar las entradas y salidas y el bloque principal *dibujar_robot* que realiza el procesamiento matemático para poder graficar el movimiento del brazo robótico.

Como salidas del bloque se tienen los valores de las coordenadas x , y y los valores que toma el ángulo φ .

El código de la función *dibujar_robot* es el siguiente:

```
function [x,y,fi]=
dibujar_robot(theta_1,theta_2,theta_3,L1,L2,L3)
% Entradas
% ángulo theta_1
% ángulo theta_2
% ángulo theta_3
% dimensión eslabón L1
% dimensión eslabón L2
% dimensión eslabón L3
% Salidas
% coordenada x
% coordenada y
% ángulo fi
% Configurando los límites de la figura
xmin=-6; % minimo valor del eje x
xmax=6;
ymin=-1;
ymax=10;
% Convirtiendo de grados a radianes
theta_1=theta_1*pi/180;
theta_2=theta_2*pi/180;
theta_3=theta_3*pi/180;
% Configurando los límites de la figura
plot(0,0,'-k','linewidth',1)
axis([xmin xmax ymin ymax])
axis square
```

```

hold on
% Escribiendo los puntos en X y Y
P0x=0;
P0y=0;
P1x=L1*cos(theta_1);
P1y=L1*sin(theta_1);
P2x=L1*cos(theta_1)+L2*cos(theta_1+theta_2);
P2y=L1*sin(theta_1)+L2*sin(theta_1+theta_2);
P3x=L1*cos(theta_1)+L2*cos(theta_1+theta_2)+L3
*cos(theta_1+theta_2+theta_3);
P3y=L1*sin(theta_1)+L2*sin(theta_1+theta_2)+L3
*sin(theta_1+theta_2+theta_3);
%Formando un vector con los puntos a dibujar
Px=[P0x P1x P2x P3x];
Py=[P0y P1y P2y P3y];
%Graficando
plot(Px,Py,'-k','linewidth',1)
drawnow
hold off
x=P3x;
y=P3y;
fi=theta_1+theta_2+theta_3;
end

```

Para la simulación se asignaron los siguientes valores:

- θ_1 = desde 0° hasta 90°
- θ_2 = desde 0° hasta 90°
- θ_3 = desde 0° hasta 90°
- $L1 = 5$
- $L2 = 4$
- $L3 = 3$

El resultado de la simulación se muestra a continuación mediante capturas realizadas a la animación del movimiento del brazo robótico.

Figura 12: Captura de la simulación del desplazamiento inicial del brazo robótico

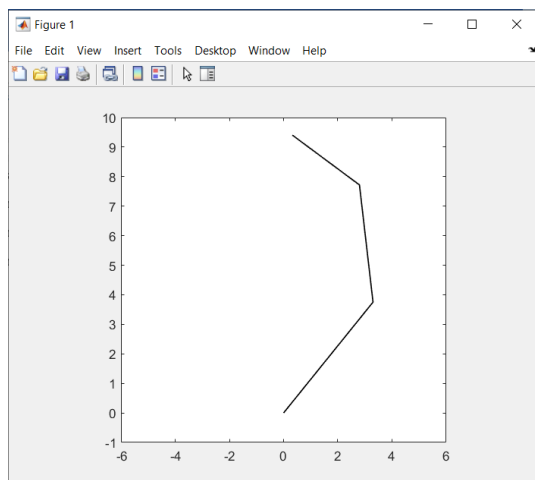


Figura 13: Captura de la continuación de la simulación del desplazamiento del brazo robótico (el brazo robótico sigue desplazándose)

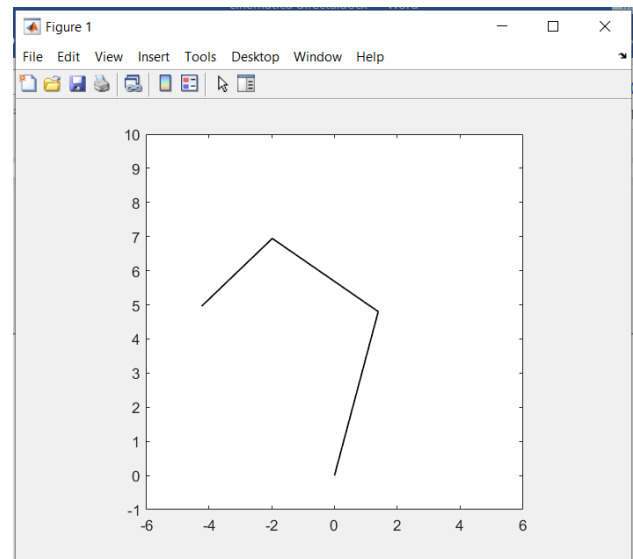
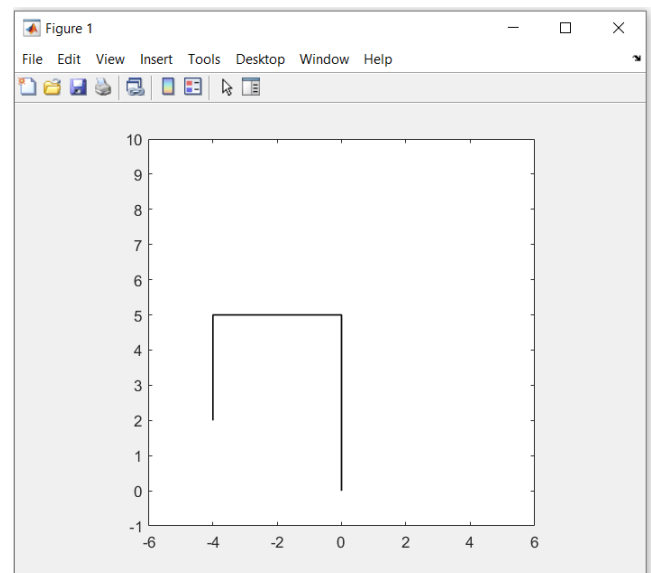


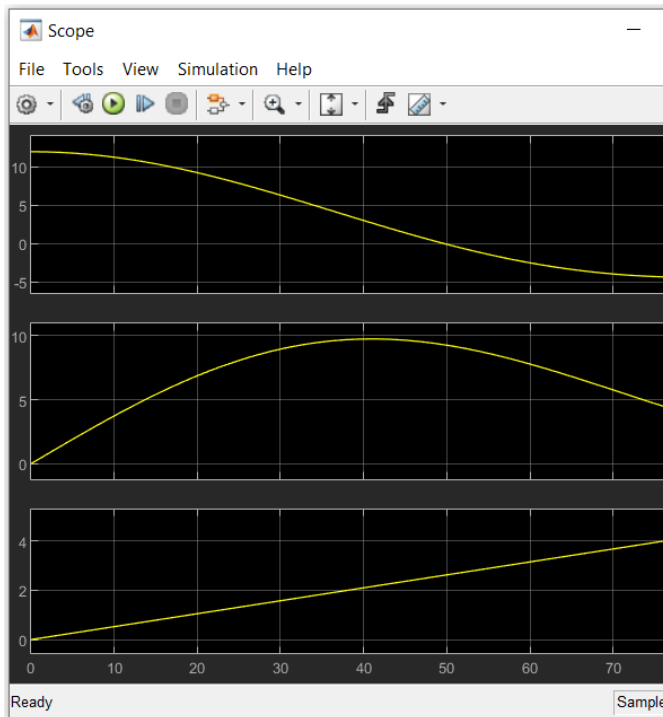
Figura 14: Captura final de la simulación del desplazamiento del brazo robótico (el brazo robótico llega a su posición final)



Como se observa, como resultado de la simulación, los eslabones y el efector final toman diferentes valores que muestran el movimiento del brazo robótico en función a los valores de entrada que se asignan.

A continuación, se observa el comportamiento de las salidas, en las gráficas que muestran los distintos valores que toman las salidas en función del tiempo, es decir el comportamiento de x , y y el ángulo φ :

Figura 15: Comportamiento de las variables de salida del modelo matemático



- La gráfica superior muestra el comportamiento de los diferentes valores de la coordenada del efector final en el eje y .
- La gráfica del medio muestra el comportamiento de los diferentes valores de la coordenada del efector final en el eje x .
- La gráfica inferior muestra el comportamiento de los diferentes valores del ángulo de inclinación del efector final.

3 RESULTADOS

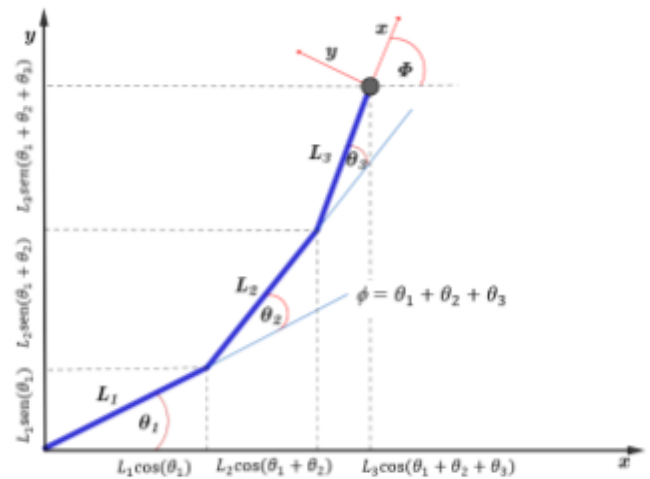
Producto del trabajo de investigación se tienen los siguientes resultados:

1. Modelo matemático
2. Implementación del modelo matemático en Matlab y Simulink
3. Simulación del modelo matemático del brazo robótico de tres eslabones

1. Modelo matemático

Luego del análisis matemático realizado a la estructura de un brazo robótico de 3 eslabones (3 grados de libertad), que se muestra en la siguiente figura:

Figura 16: Estructura gráfica de un brazo robótico de 3 eslabones



Se obtuvo el siguiente modelo matemático, en base de la aplicación de conceptos básicos de geometría, trigonometría, álgebra y álgebra lineal:

$$y = L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (24)$$

$$x = L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \quad (25)$$

$$\phi = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \quad (26)$$

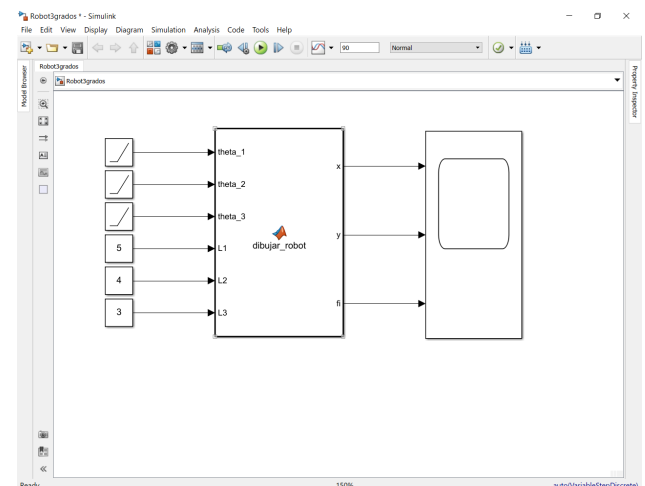
El modelo en su forma matricial es descrito de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + L_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 \end{pmatrix} \quad (27)$$

2. Implementación del modelo matemático en Matlab y Simulink

Para su implementación en Matlab y Simulink, se desarrolló el siguiente modelo en Simulink

Figura 17: Modelo del brazo robótico de 3 eslabones en Simulink

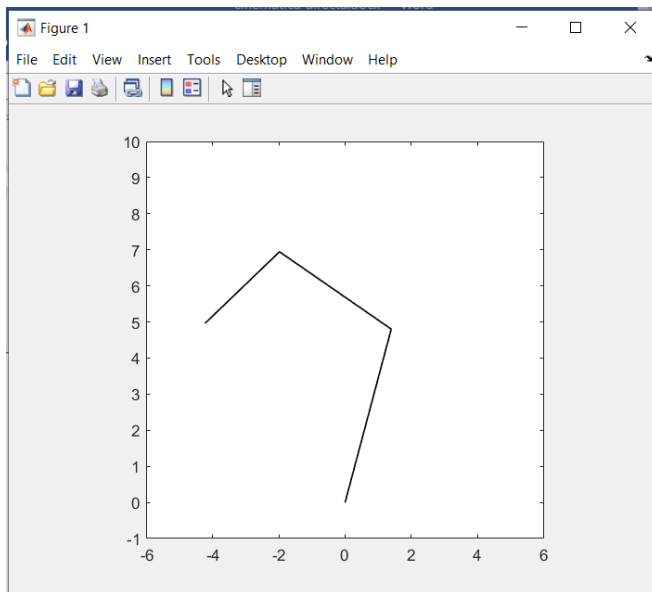


El código de la función *dibujar_robot*, se detalla en el punto de *procedimiento* de la presente investigación.

3. Simulación del modelo matemático del brazo robótico de tres eslabones

Mediante la implementación del modelo matemático implementado en Matlab, se procedió a la simulación del brazo robótico en Simulink, obteniendo como resultado la simulación del movimiento de los eslabones y el movimiento del efector final con los datos de entrada descritos en el punto de *procedimiento* de la presente investigación, a continuación, se refleja la simulación obtenida del movimiento del brazo robótico:

Figura 18: Simulación del brazo robótico de 3 eslabones



4 DISCUSIÓN

Con respecto al presente trabajo de investigación, se puede señalar que:

- Revisado trabajos de investigación similares, se pudo destacar que en el trabajo de investigación del autor Cesar Eduardo Conejo Benitez con el título “Modelado y control de un brazo robótico de 3 grados de libertad” (Conejo Benitez, 2021) presentado como tesis de maestría en ingeniería eléctrica de la Universidad de Guanajato de México, se realiza también un análisis matemático de la cinemática directa de un brazo robótico, donde se obtuvo un modelo matemático casi similar al que se presenta en este artículo, donde la aplicación de las

matemáticas no están presentadas en forma detallada ya que la tesis va dirigida a un público con conocimientos avanzados en el área. La simulación del modelo se hizo en el software SciLab (SciLab es un paquete de software libre de código abierto para computación científica, orientado al cálculo numérico, a las operaciones matriciales y especialmente a las aplicaciones científicas y de ingeniería), donde su animación no es tan fácil de comprender y su manejo es más complejo a diferencia de MatLab y Simulink que es una herramienta completa y adecuada para este tipo de proyectos. Lo cual demuestra que, para realizar el diseño de un brazo robótico de 3 eslabones, es imprescindible realizar un análisis matemático del mismo para su posterior implementación.

- Muchos de los estudios en la implementación de brazos robóticos, hacen hincapié en la modelación matemática, asumiendo que los lectores tienen los conocimientos necesarios de las ciencias de la física, geometría, aritmética, álgebra y álgebra lineal.

5 CONCLUSIONES

- Se logró realizar el análisis matemático analítico de un brazo robótico de 3 grados de libertad, aplicando para ello conceptos básicos de geometría, trigonometría, álgebra y álgebra lineal.
- Se obtuvo el modelo matemático del brazo robótico de 3 grados de libertad
- Se realizó la simulación del modelo matemático del brazo robótico de 3 grados de libertad en Matlab y Simulink de manera satisfactorias.
- Se demostró la importancia de la aplicación de las diferentes ramas de las matemáticas en la ciencia de la robótica.
- Resulta muy relevante la aplicación de la geometría, trigonometría, álgebra, álgebra lineal y otras ramas de las matemáticas en la modelación matemática de brazos robóticos.
- El presente trabajo de investigación puede convertirse como base para el análisis matemático por cinemática directa para

brazos robóticos de más de 3 grados de libertad.

- Se demostró las ventajas que ofrecen las herramientas Matlab y Simulink para el diseño de brazos robóticos.
- Se determinó la importancia de la aplicación de las matemáticas en el modelado de brazos robóticos

6 BIBLIOGRAFÍA

Concepto. (s.f.). *Álgebra*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://concepto.de/algebra/>

Concepto. (s.f.). *Geometría*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://concepto.de/geometria/>

Concepto. (s.f.). *Matemáticas*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://concepto.de/matematicas/>

Concepto. (s.f.). *Trigonometría*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://concepto.de/trigonometria/>

Conejo Benitez, C. E. (Marzo de 2021). *Academia Edu*. Recuperado el 18 de Septiembre de 2022, de https://www.academia.edu/48913106/Modelado_y_control_de_un_brazo_robotico_de_3_grados_de_libertad

Economipedia. (s.f.). *Modelo Matemático*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://economipedia.com/definiciones/modelo-matematico.html>

Gogebra. (s.f.). *¿Qué es GeoGebra?* Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://www.geogebra.org/about?lang=es>

Intel. (s.f.). *Brazos robóticos industriales*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://www.intel.la/content/www/xl/es/robotics/robotic-arm.html>

MathWorks. (s.f.). *MATLAB*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://la.mathworks.com/products/matlab.html>

MathWorks. (s.f.). *Simulink*. Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de

<https://la.mathworks.com/products/simulink.html>

Ramírez Benavidez, K. (2015). *Cinemática Directa del Robot*. México: ECCI.

TodaMateria. (s.f.). *¿Qué son las matemáticas?* Recuperado el 15 de Septiembre de 2022, de <https://www.todamateria.com/que-son-las-matematicas/>